

TU ESCUELA
EN CASA

Ministerio de
EDUCACIÓN



GOBIERNO DE LA
PROVINCIA DE
CÓRDOBA

entre
todos

Opiniones, matemática y certezas

NIVEL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA / 4.º, 5.º Y 6.º AÑO
MATEMÁTICA

Palabras clave: ecuaciones / expresión algebraica / función lineal



ISEP

Opiniones, matemática y certezas



Fuente: Piqsels

Presentación

¡Bienvenidos a un nuevo encuentro! En esta ocasión, los invitamos a participar del entrenamiento de dos ciclistas. Durante el recorrido, aprenderán a resolver sistemas de ecuaciones haciendo uso del álgebra. Además, usarán tablas de valores y gráficos para verificar sus conclusiones y cálculos.

¡Largamos!

Queridas familias: en este recorrido, van a conocer cómo las matemáticas, mediante la resolución de sistemas de ecuaciones lineales de forma algebraica, permiten hallar de manera precisa un resultado. Para ello, harán uso de conceptos ya conocidos como las ecuaciones lineales con dos incógnitas, las tablas de valores y la representación gráfica de ellas.

¡Comencemos!

:: Parada 1. A pedalear

Josefina y Matías se están preparando para una competencia de ciclismo muy importante. Ambos entrenan en el mismo espacio y comparten además el equipo de entrenadores. Saben que los resultados de su entrenamiento son efectivos si lo realizan a una velocidad constante (es decir, siempre a una misma velocidad). Es por eso que siempre están midiendo los resultados.

Esta semana, luego de la entrada en calor, uno de los entrenadores les indicó que van a simular una competencia, por lo que, cuando estén viajando a velocidad constante, él comenzará a cronometrar el tiempo. Obviamente, quien llegue primero, respetando las reglas, recibirá un premio.

El equipo de entrenadores quiere ser justo porque ambos se esfuerzan mucho y desearían que la carrera finalizara con un empate. Al mismo tiempo, el equipo se pregunta si realmente es posible pensar en un empate, o siempre habrá solo un ganador.

Les proponemos que resuelvan las siguientes actividades para develar el misterio.

ACTIVIDAD 1 | Opiniones vs. certezas

Cuando comenzó a correr el tiempo, Josefina estaba en el kilómetro 10. Treinta minutos después, estaba en el kilómetro 21. Matías, cuando se activó el cronómetro, estaba en el kilómetro 16 y viajaba a $17 \frac{km}{h}$ (recuerden que $17 \frac{km}{h}$ significa que recorre 17 km en 1 hora).

Mientras Josefina y Matías están en la carrera, el equipo de entrenadores comienza a discutir, sobre el posible ganador:

- Uno opina que, como Josefina salió 6 km más atrás, jamás alcanzará a Matías.
- Otro opina lo contrario: como en los entrenamientos anteriores Josefina viajó a mayor velocidad, entonces ella será la ganadora indiscutible.
- El último entrenador, algo más cauto, se pone a realizar algunas cuentas en su carpeta para analizar mejor este hecho y comienza a realizar estas tablas:

A tener en cuenta: 0,5 horas equivale a $\frac{1}{2}$ (media) hora o 30 minutos.

Josefina	
Tiempo (en horas)	Distancia recorrida desde el inicio del camino
0	10
0,5	
0,75	

Matías	
Tiempo (en horas)	Distancia recorrida desde el inicio del camino
0	16
0,5	
0,75	

Resuelvan en sus carpetas:

- 1) ¿Qué cuentas tienen que realizar para completar estas tablas? Escriban una breve explicación y luego completen las tablas.
 - 2) El entrenador, luego de completar, las tablas concluye que la carrera durará más de una hora pero menos que una y media. Además, dice que existe la posibilidad de un empate. ¿Están de acuerdo? ¿Por qué?
 - 3) También asegura que es posible determinar las expresiones que permiten calcular las distancias recorridas por cada ciclista (desde el inicio de la pista), en función del tiempo transcurrido (desde que se activó el cronómetro). ¿Cuáles son estas expresiones?
 - 4) Además, el entrenador afirma que con las expresiones que obtuvieron anteriormente, es posible saber si habrá empate. ¿Cuáles son estas? ¿Están de acuerdo? Expliquen cómo lo pensaron.
 - 5) ¿Cómo debería modificarse el problema para que la opinión del primer entrenador resulte válida? ¿Y la del segundo? Justifiquen sus respuestas.
-

Pistas para hacer esta actividad:

Para completar la tabla, pueden utilizar los valores que ustedes prefieran o que el docente indique. Tengan en cuenta que, si consideramos un valor de tiempo de 10 horas, sería poco probable llevarlo a cabo.

:: Parada 2. Con mayor precisión

El entrenador, luego de completar las tablas anteriores, no logra determinar con precisión cuánto debe durar la carrera para que ocurra un empate. Pero, sí se da cuenta de que **encontrar el momento en el cual se genera el empate** consiste en resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Para recordar...

Resolver un sistema es hallar, cuando sea posible, los valores de las incógnitas que, reemplazadas en el sistema, verifican todas las ecuaciones simultáneamente.

Gráficamente, significa hallar, si es que existen, todos los puntos que tienen en común las dos rectas.

En la parada anterior, plantearon expresiones que permiten calcular la distancia recorrida desde el inicio de la pista, a medida que transcurre el tiempo.

Si se asigna la letra **t** para representar la variable tiempo, y la letra **d**, para la variable distancia, se obtienen las siguientes expresiones para cada ciclista:

$$\text{Josefina } d = 10 + 22t$$

$$\text{Matías } d = 16 + 17t$$

Por lo tanto, el sistema de ecuaciones para resolver es:

$$\begin{cases} d = 16 + 17t \\ d = 10 + 22t \end{cases} \text{ o } \begin{cases} d - 17t = 16 \\ d - 22t = 10 \end{cases}$$

Para determinar con mayor precisión el momento, los invitamos a resolver las siguientes actividades.

ACTIVIDAD 2 | Igualamos

- 1) El entrenador analiza la situación y dice que, si se quiere conseguir un empate, entonces, las distancias recorridas desde el inicio de la pista tienen que ser iguales; por lo tanto, decide igualar ambas ecuaciones.

$$\begin{aligned}d &= d \\16 + 17t &= 10 + 22t\end{aligned}$$

Respondan en sus carpetas:

- a) ¿Están de acuerdo con el entrenador? ¿Por qué?
 - b) ¿Qué dato o datos se obtienen al resolver esta ecuación?
 - c) ¿A qué distancia del inicio de la pista Josefina alcanzará a Matías?
 - d) ¿Cómo podrían verificar sus cálculos?
 - e) Ingresen en este *applet*: <https://www.geogebra.org/m/addn9ena> en el que se ha realizado la representación del sistema de forma gráfica. Observen que las rectas se cortan en un punto. Las coordenadas de ese punto son las soluciones del sistema.
-

:: Parada 3. Resolución de sistemas de ecuaciones por igualación

La estrategia que utilizó el entrenador para resolver el sistema de ecuaciones se denomina **método de igualación**. Para realizarlo, siguió los siguientes pasos:

1) Definió las variables que intervienen en el problema.	t para representar la variable tiempo, y la letra d , para la variable distancia.
2) Planteó las ecuaciones que las relacionan.	Josefina $d = 10 + 22 t$ Matías $d = 16 + 17 t$
3) Expresó las ecuaciones como un sistema.	$\begin{cases} d = 16 + 17t \\ d = 10 + 22 t \end{cases}$
4) Despejó la misma incógnita en cada ecuación.	$\begin{cases} d = 16 + 17t \\ d = 10 + 22 t \end{cases}$
5) Igualó las expresiones que obtuvo anteriormente.	$d = d$ $16 + 17t = 10 + 22t$
6) Resolvió la ecuación con una incógnita que quedó formada.	$16 + 17t = 10 + 22t$ $16 + 17t - 22t = 10 + 22t - 22t$ $16 - 5t - 16 = 10 - 16$ $-5t = -6$ $\frac{-5t}{-5} = \frac{-6}{-5}$ $t = \frac{6}{5} = 1,2$

7) Sustituyó el valor de la incógnita hallada en cualquiera de las expresiones planteadas al comienzo y así calculó el valor de la otra incógnita.	$d = 16 + 17t$ $d = 16 + 17 \cdot \frac{6}{5}$ $d = \frac{182}{5} \text{ ó } d = 36,4$
Al obtener estos resultados, solo resta verificarlos, reemplazando estos valores en las ecuaciones originales.	$d = 16 + 17t$ $36,4 = 16 + 17 \cdot 1,2$ $36,4 = 16 + 20,4$ $36,4 = 36,4$ $d = 10 + 22t$ $36,4 = 10 + 22 \cdot 1,2$ $36,4 = 10 + 26,4$ $36,4 = 36,4$

ACTIVIDAD 3 | ¡A resolver!

Ahora pondremos este método en práctica.

- 1) Resuelvan los siguientes sistemas de ecuaciones. Para ello, utilicen el método de igualación. Luego, indiquen la solución. Recuerden realizar la verificación.

a)
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2y = 3x - 4 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2y - x = 1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3y + 6 = -x \\ 2x - y = 10 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 5y - x = 7 \\ 2y + x = 0 \end{cases}$$

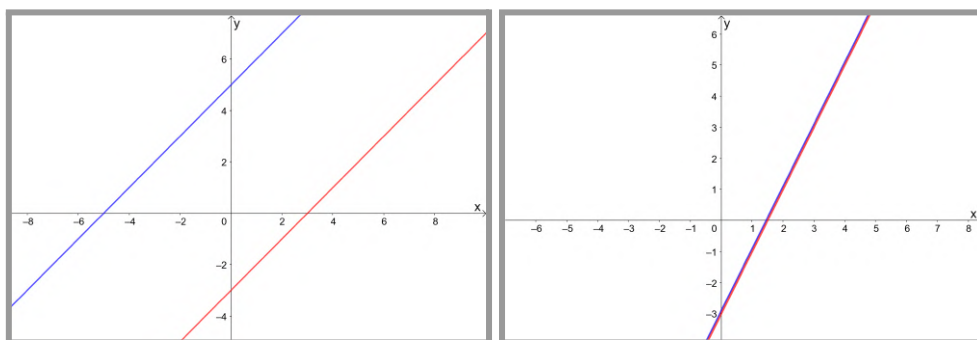
Si desean, luego de resolver los sistemas anteriores, pueden ingresar en el siguiente *applet*: <https://www.geogebra.org/m/eabnnmr3>. Allí podrán observar la representación gráfica de cada uno de ellos. Estos sistemas tienen una única solución; como pueden observar en las gráficas, las rectas se cortan en un solo punto.

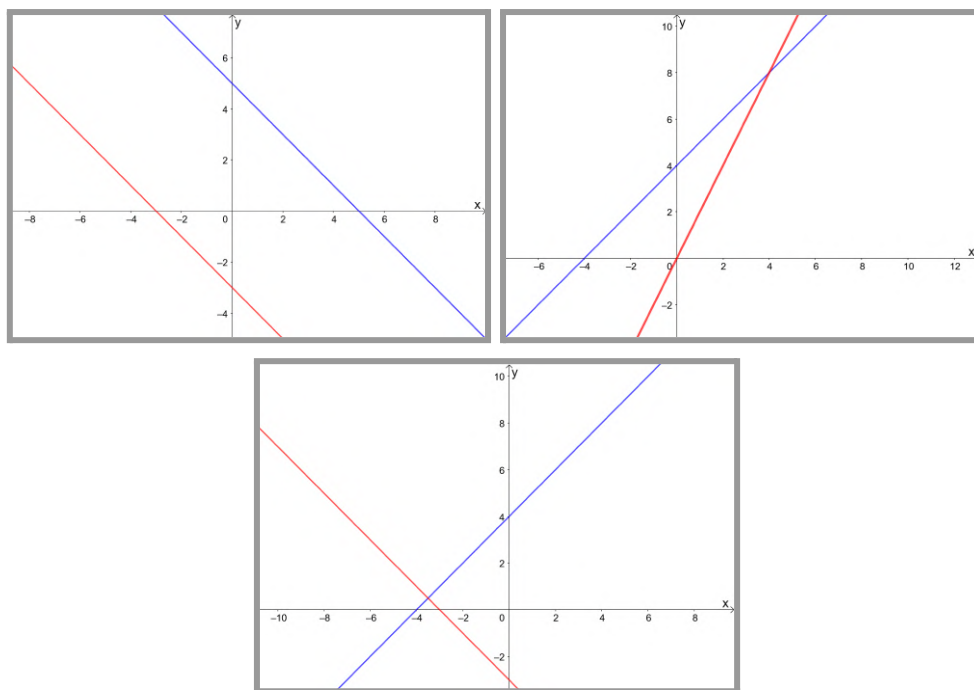
2) Dados los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y + 3 + x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ y - 2x + 3 = 0 \end{cases}$$

a) Indiquen qué gráfico se corresponde con cada uno. Escriban en sus carpetas cómo hicieron para darse cuenta.





b) Indiquen, para cada sistema, si tiene una única solución, infinitas soluciones o no tiene soluciones. Recuerden que la solución gráficamente representa el punto donde las rectas se cortan.

c) Resuelvan cada sistema por el método de igualación.

- 3) Observen la expresión final que obtuvieron al resolver los sistemas del punto 1 y 2 por el método de igualación. Luego, escriban en sus carpetas una conclusión que les permita saber si el sistema tiene una única solución, infinitas soluciones o no tiene solución según lo que se obtiene al resolver por el método de igualación, sin tener que representar gráficamente el sistema.

Llegamos al final de este recorrido. Los invitamos a compartir con sus compañeros y sus docentes lo que vamos trabajando. Nos encontramos pronto para seguir aprendiendo juntos.

¡Hasta la próxima!

Referencia

Kurzrok, L. E. (Coord.). (2017). *Matemática 3: Nuevas miradas*. Buenos Aires: Tinta Fresca.

ORIENTACIONES PARA EL O LA DOCENTE

En esta secuencia de actividades, abordamos el eje álgebra y funciones. Nos aproximamos a la resolución de sistemas de ecuaciones de manera algebraica, particularmente, las situaciones refieren a sistemas con dos ecuaciones y dos incógnitas; de este modo damos continuidad a lo trabajado en la secuencia anterior.

Iniciamos la propuesta con un problema que los estudiantes pueden resolver mediante tablas de valores. Luego, la intención es avanzar a la resolución de un sistema de ecuaciones utilizando un método algebraico, ya que los valores de las variables que corresponden a la solución del problema pertenecen al campo de los números racionales.

Por último, les proponemos resolver un conjunto de sistemas de ecuaciones, algunos con única solución, otros con infinitas, como así también sin solución. Esto permite comparar los resultados que se obtienen al aplicar el método de igualación para poder identificarlos, si es que no se los analizó con antelación teniendo en cuenta la secuencia anterior.

FICHA TÉCNICA:

Secuencia: Opiniones, matemática y certezas

Nivel: Ciclo Orientado de la Educación Secundaria

Cursos sugeridos: 4.º, 5.º y 6.º año

Asignatura: Matemática

Eje curricular: Álgebra y funciones

Objetivos:

- Identificar e interpretar las nociones de dependencia y variabilidad, como herramientas para modelizar fenómenos de cambio.
- Analizar el comportamiento de las funciones lineales, desde las diferentes formas de representación, interpretando sus parámetros.
- Usar y analizar variaciones funcionales lineales como herramientas para resolver problemas recurriendo, cuando sea posible, al uso reflexivo de recursos tecnológicos.
- Utilizar e interpretar ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales con dos variables como modelo matemático para resolver problemas, seleccionando el modelo más adecuado en función del problema.

Aprendizajes y contenidos:

- Obtención de expresiones algebraicas equivalentes usando diferentes propiedades al resolver sistemas de ecuaciones de primer grado.
- Uso de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables para resolver problemas y análisis del conjunto solución.

Sobre la producción de este material

Los materiales de *Tu Escuela en Casa* se producen de manera colaborativa e interdisciplinaria entre los distintos equipos de trabajo.

Autoría: Ana Antuña y Romina Prevero

Didactización: Esteban Cavalletto

Corrección literaria: Luciana Frontoni

Diseño: Carolina Cena y Ana Gauna

Coordinación de *Tu Escuela en Casa*: Flavia Ferro y Fabián Iglesias

Citación:

Antuña, A.; Prevero, R. y equipos de producción del ISEP. (2020). Opiniones, matemática y certezas. *Tu Escuela en Casa*. Para el Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba.

*Este material está bajo una licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial 4.0 Internacional.*



La Comunidad de prácticas es un espacio de generación de ideas y reinención de prácticas de enseñanza, donde se intercambian experiencias para hacer escuela juntos/as. Los/as invitamos a compartir las producciones que resulten de la implementación de esta propuesta en sus instituciones y aulas, pueden enviarlas a: tuescuelaencasa@isep-cba.edu.ar



Los contenidos que se ponen a disposición en este material son creados y curados por el Instituto Superior de Estudios Pedagógicos (ISEP), con el aporte en la producción de los equipos técnicos de las diferentes Direcciones Generales del Ministerio de Educación de la provincia de Córdoba.

Ministerio de
EDUCACIÓN

